Collège de Gargenville

Livret d'exercices de mathématiques pour l'entrée en 4e

Conseils pratiques p. 10

NOMBRES ET CALCULS (8 exercices)

Exercice 1 *Priorités de calcul*

Ecrire l'expression mathématique appropriée puis effectuer le calcul sans calculatrice :

La différence de 102 et du quotient de 81 par 3

La somme de 41 et du produit de 7
par le quart de 28

Le quotient du produit de 25 par 4
par le double du tiers de 15

Le triple du produit du cinquième de 30
par la différence entre 14 et 4

Exercice 2 *Problème avec enchaînements*

Ludivine veut faire un gâteau pour son anniversaire.
Elle met quatre œufs dans un saladier, puis elle divise une plaquette de beurre de 300 g en 6 parties égales et en met 5 dans le saladier. Elle ajoute ensuite la moitié d'un paquet de sucre de 500 g, puis le tiers d'un paquet de farine de 750 g.

1) Sachant qu'un œuf pèse en moyenne 60 g, écris une expression A permettant de calculer la masse (en g) de la pâte de Ludivine.

2) Calcule la masse (en kg) de cette pâte.

3) Comment s'appelle ce gâteau et pour quelle raison ?

Exercice 3 *Relatifs et distances*

Répondre aux questions suivantes sans utiliser la calculatrice :

1) *Périclès*, homme d'état athénien, a vécu de – 495 à – 429. Quel âge avait-il à sa mort ?

2) *Phidias*, un grand sculpteur grec chargé par Périclès de la décoration du Parthénon, est mort à 41 ans. Sachant qu'il est né en – 490, en quelle année est-il mort ?

3) *Anaxagore*, philosophe et ami de Périclès, est mort en – 428 à 72 ans. En quelle année est-il né ?

Exercice 4 *Calculs avec des relatifs*

Calculer en détaillant sans utiliser la calculatrice :

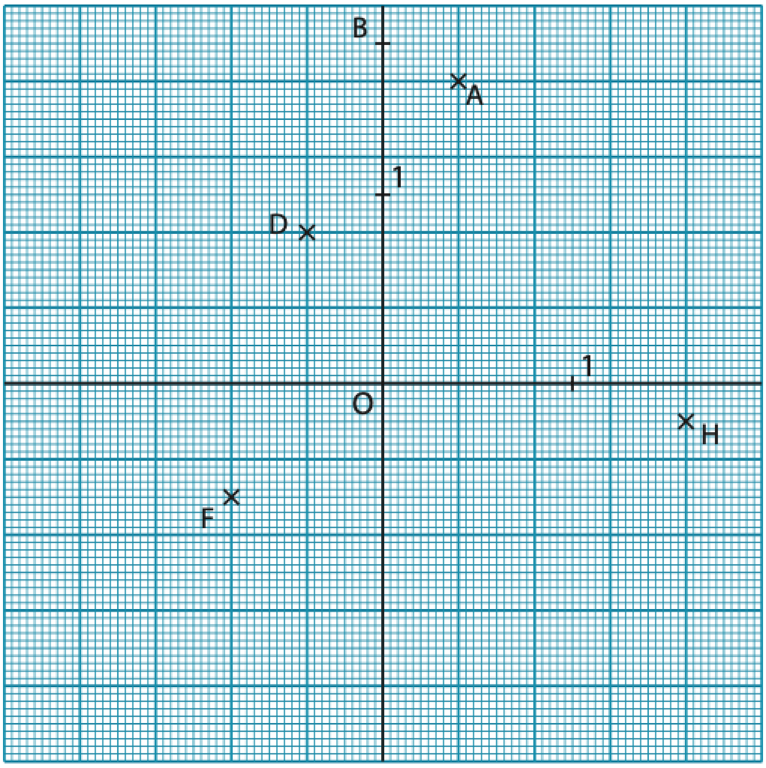
4 + (– 4)	7 – (– 7)	– 2 – 2 – 2 – 2 – 2
1 – 2 + 3 – 4 + 5	3 – (5,1 + 4,9) – (5 – 6)	– 9 – (– 8) + 8 – 11 + (– 8)

Exercice 5 *Repérage dans le plan*

1) Compléter le tableau de gauche par les coordonnées manquantes et placer les points de A à H.

2) Tracer la figure ABCDEFGH. Elle semble admettre un axe de symétrie. Lequel ?

point	coordonnées
A	....
B	....
D	....
F	....
H	....
C	(– 0,4 ; 1,6)
E	(– 1,6 ; – 0,2)
G	(0,8 ; – 0,6)
I	(0,4 ; 0,8)



Exercice 6 *Fractions (additions et soustractions)*

Calculer sans calculatrice (vérifier ensuite) :

$\frac{3}{7} + \frac{1}{7}$ $\quad\frac{15}{4} - \frac{10}{4}$ $\quad\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$ $\quad\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Exercice 7 *Calcul littéral*

1) Soit l'expression E = 7 y – 3 . Calculer la valeur de E pour : y = 0 ; y = 3 ; y = 1,2
2) Réduire les expressions suivantes :

   A = x – 2 x + 7 x + 9 y + 3 x – 5 y B = – 5 + 2 x – 4 – 7 x

3) Simplifier les expressions suivantes : $A = 3 \times a \times 5$ $\quad C = 2 \times a + 5 \times a$

$B = 8 \times a \times b \times 3$ $\quad D = 3 \times x - 4 \times y$

4) Calculer de manière astucieuse :

a) 37 x 102 b) 65 x 99

5) Trouver la bonne expression développée pour 8 (a + 3)

a) 8 a + 3 b) 8 a + 24 c) 8 a + 83

6) Factoriser les expressions suivantes :

$4x + 8$ $\quad 2 - 16u$

$7 + 21y$ $\quad x^2 + 8x$

Exercice 8 *Arithmétique*

Décomposer en produit de facteurs premiers chacun des nombres suivants : 24, 36, 64, 72, 100.

Ci-contre les 25 nombres premiers inférieurs à 100.

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	
61						67			
71		73						79	
		83						89	
						97			

GEOMETRIE PLANE (8 exercices)

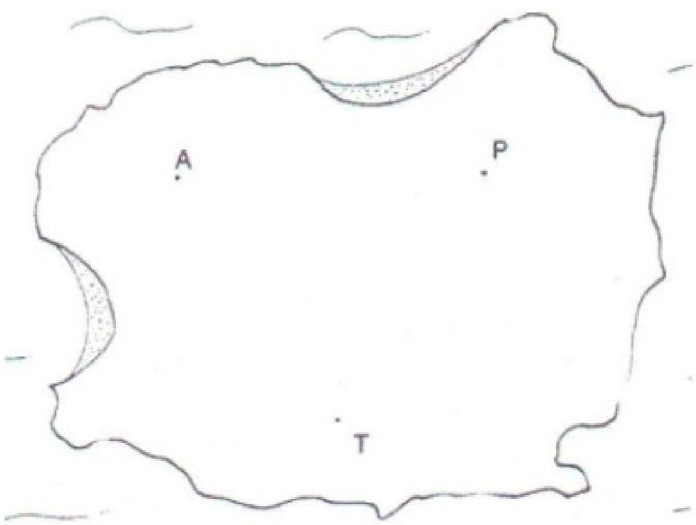
Exercice 1 *Inégalité triangulaire*

Déterminer si les triangles ci-dessous sont constructibles et les construire si c'est possible :

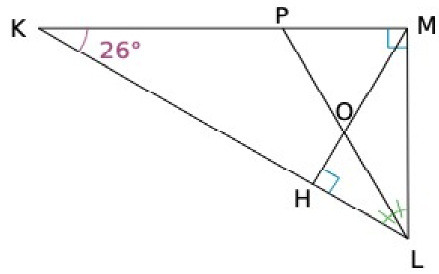
a. AB = 9 cm, BC = 5 cm, AC = 1 cm.
b. AB = 6,5 cm, BC = 7 cm, AC = 5 cm.
c. AB = 3,7 cm, BC = 2,3 cm, AC = 6 cm.

Exercice 2 *Droites remarquables du triangle*

Sur un parchemin de l'île d'Yeu (Vendée), on a trouvé le texte suivant :
« Le trésor est enterré à la même distance de la tour T, de l'arbre A et du puits P ».
Trouve l'emplacement du trésor.



Exercice 3 *Angles et triangles*



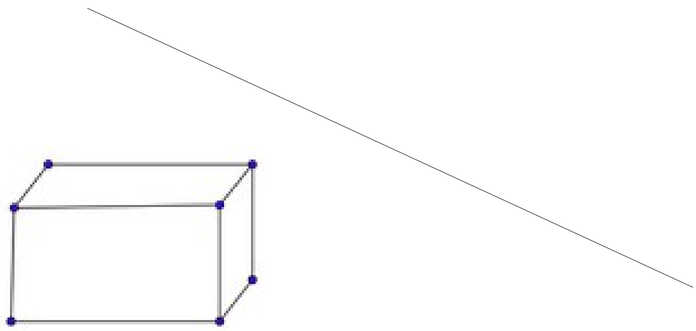
Dans le triangle KLM ci-contre, la bissectrice de l'angle $\widehat{KLM}$ et la hauteur issue de M se coupent en un point O.

Montrer, en utilisant des angles, que le triangle POM est isocèle en un point que l'on précisera.

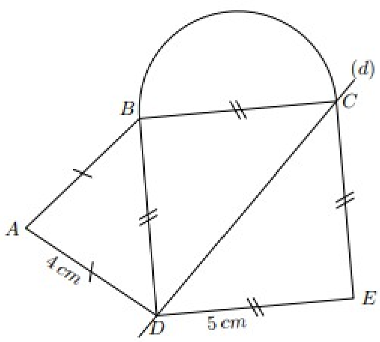
<u>Indication :</u> commencer par calculer l'angle $\widehat{KLM}$.

Exercice 4 *Symétries*

1) Construire le symétrique de la figure par rapport à la droite

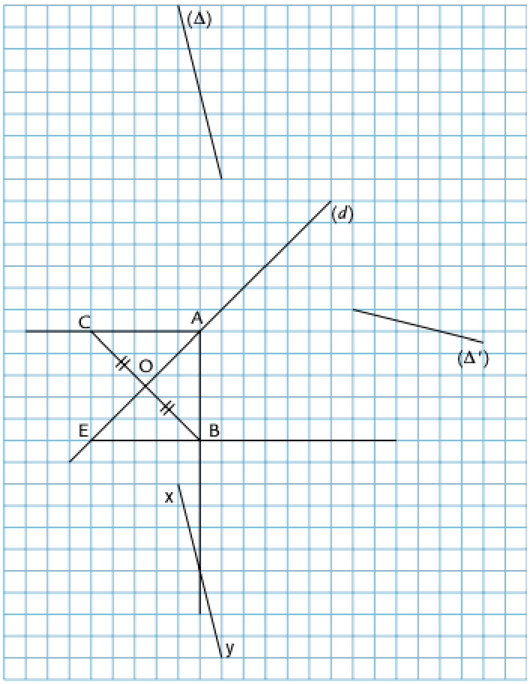


2) Reproduire la figure, puis tracer son symétrique par rapport au point E



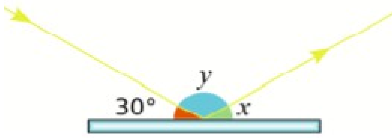
3) Observer la figure ci-dessous, puis compléter le tableau par X (si Vrai) et rien (si Faux)

	sont symétriques par rapport	à la droite (d)	au point O	au point A
(Δ) et (Δ')				
(AB) et (AC)				
(Δ) et (xy)				
[AB) et [AC)				
[AC) et [EB)				

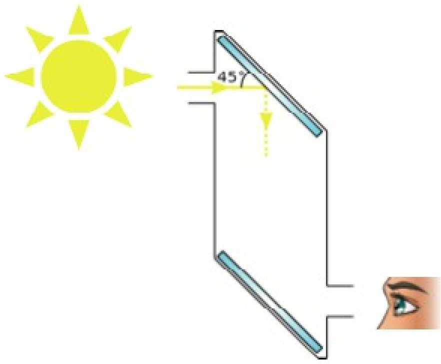


Exercice 5 *Angles et parallélisme*

1) Faire une recherche sur internet sur la loi de réflexion de la lumière.
2) Le schéma ci-contre illustre un rayon de lumière qui se réfléchit sur un miroir avec un angle de 30°.
   Déterminer *x* et *y*. Justifier.



3) Eric a construit un périscope avec une boîte de carton et deux miroirs parallèles comme le montre le schéma ci-dessous.



   a) Si un rayon entre horizontalement dans le périscope, en sortira-t-il aussi horizontalement aussi ? Indication : On peut montrer que les rayons d'entrée et de sortie sont parallèles.

   b) Ce résultat dépend-il de l'inclinaison des miroirs parallèles? Signification : Obtient-on le même résultat si l'angle formé par le rayon et le miroir est différent de 45° ?

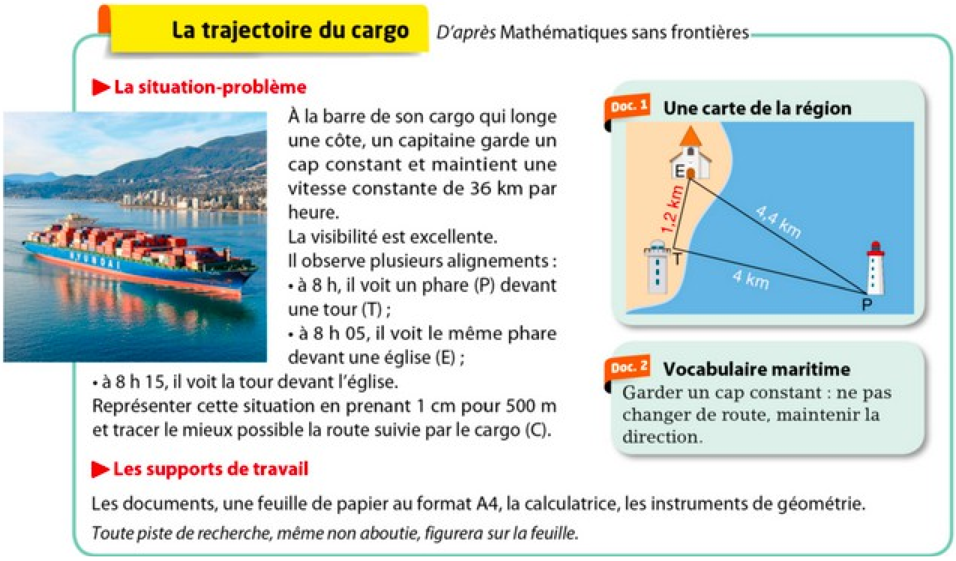
Exercice 6 *Parallélogrammes*

1) Construire le parallélogramme FEUX tel que : FE = 5 cm, EU = 6 cm et $\widehat{FEU} = 50°$

2) Tracer la perpendiculaire à (FE) passant par F, elle coupe (UX) en R. Trace la perpendiculaire à (UX) passant par U, elle coupe (FE) en G.

3) Quelle est la nature du quadrilatère FRUG ? Justifier la réponse.

Exercice 7 *Problème de la trajectoire du cargo*



La trajectoire du cargo *D'après* Mathématiques sans frontières

▶ La situation-problème

À la barre de son cargo qui longe une côte, un capitaine garde un cap constant et maintient une vitesse constante de 36 km par heure.
La visibilité est excellente.
Il observe plusieurs alignements :
• à 8 h, il voit un phare (P) devant une tour (T) ;
• à 8 h 05, il voit le même phare devant une église (E) ;
• à 8 h 15, il voit la tour devant l'église.
Représenter cette situation en prenant 1 cm pour 500 m et tracer le mieux possible la route suivie par le cargo (C).

Doc. 1 Une carte de la région

Doc. 2 Vocabulaire maritime
Garder un cap constant : ne pas changer de route, maintenir la direction.

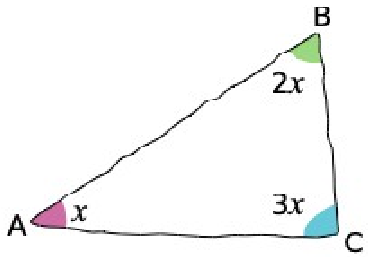
▶ Les supports de travail

Les documents, une feuille de papier au format A4, la calculatrice, les instruments de géométrie.
Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

Exercice 8 *Enigme dans un triangle*

Laura affirme que le triangle ci-contre est un triangle rectangle.

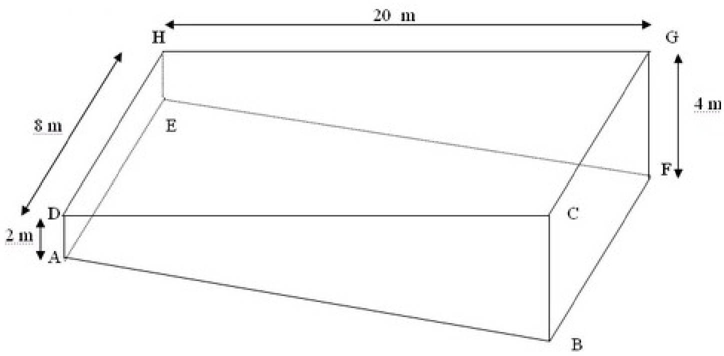
A-t-elle raison ? Expliquer.



GEOMETRIE DANS L'ESPACE (3 exercices)

Exercice 1 *La piscine*

On considère la piscine ayant la forme d'un prisme droit ci-contre.



Répondre aux questions suivantes :

1) Quelles sont ses bases ?
   Quelle est leur nature géométrique ?
   Dessiner l'une d'elles à l'échelle 1/100
   Quel en est l'aire réelle ?

2) Nommer les 4 faces latérales.

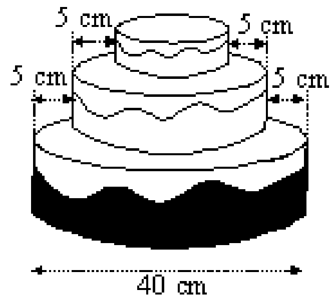
3) Quelle est la hauteur du prisme ?

4) Calculer le volume du prisme en m^3 .

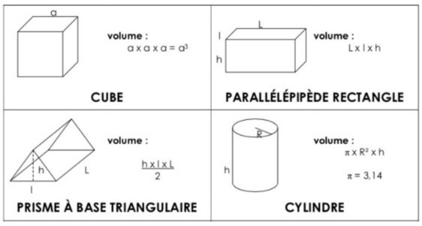
5) On remplit la piscine d'eau au 4/5. Calculer le volume de liquide en L.

Exercice 2 *La pièce montée*

Calculer (en cm^3) le volume de la pièce montée ci-contre sachant que chaque couche est cylindrique et mesure 6 cm de haut. Arrondir à l'unité.

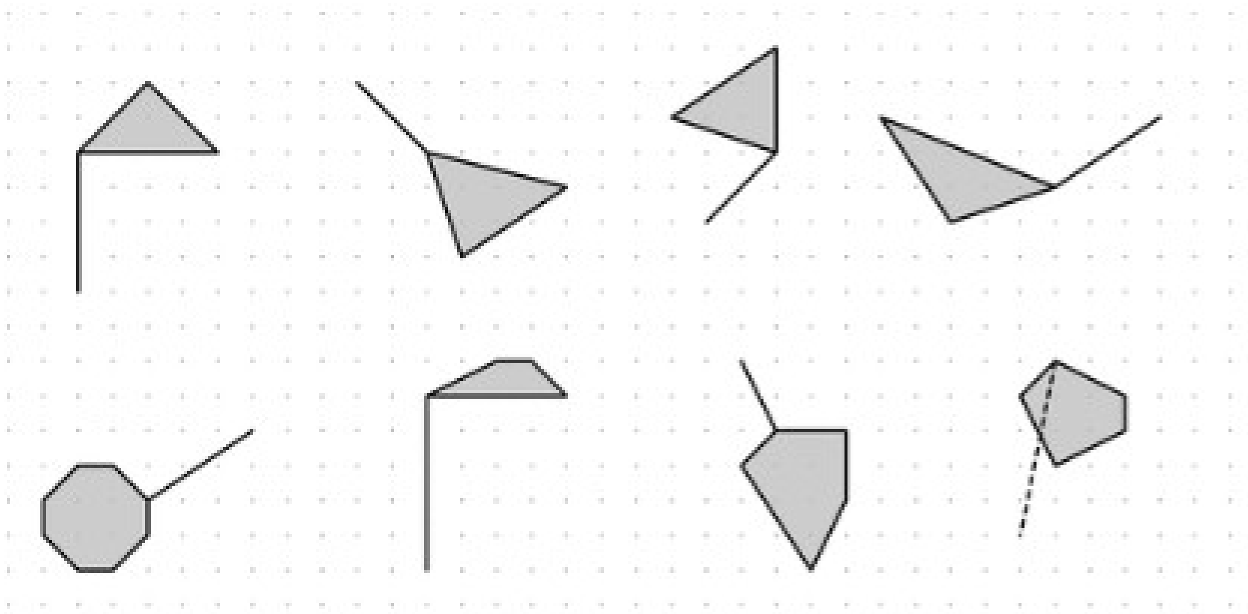


Indications :



Exercice 3 *Représentations de prismes en perspective cavalière*

Sur les figures ci-dessous, on a représenté les bases visibles et la hauteur de plusieurs prismes droits. Terminer chacune de ces représentations.



GRANDEURS ET MESURES (5 exercices)

Exercice 1 *Représentation en classes*

Un fabricant de reblochons pèse chaque fromage à la sortie de sa chaîne de production.

Chaque reblochon doit peser théoriquement 250 g.

Voici les masses qu'il a relevées ci-contre :

248	247	255	244	253	248	252
252	253	248	252	245	250	246
246	255	250	255	251	252	255
254	251	251	257	246	252	245
253	249	246	247	248	250	255
245	249	254	252	244	251	245
247	249	248	244	246	251	252
253	246	254	243	244	254	244
254	245	251	249	248	249	249

Il décide de vendre :

- au marché ceux qui sont entre 243 g et 247 g avec un bénéfice de 1,50 € par fromage
- à un supermarché ceux qui sont entre 248 g et 252 g avec un bénéfice de 0,90 € par fromage
- le reste à des fromagers indépendants avec un bénéfice de 1,20 € par fromage.

1) A l'aide d'un tableau à trois classes, indiquer combien de fromages ce fabricant peut vendre au marché, au supermarché et aux fromagers respectivement.

masse (g)	243 <= … <= 247	248 <= … <= 252	< 252	total
nombre				

2) Quel bénéfice récupère-t-il de la vente de l'intégralité de ses fromages ?
3) Faire un histogramme représentant la répartition des reblochons

Exercice 2 *Fréquence*

Le chef du rayon peinture d'un magasin de bricolage a fait un inventaire de ses pots de peinture blanche pour boiseries et a constaté qu'il lui restait 221 pots de 0,5 L, 272 pots de 1 L, 170 pots de 2 L et 187 pots de 5 L.

1) Récapituler ces informations dans le tableau ci-dessous et compléter la ligne « fréquence en % ».

Contenance	0,5 L	1 L	2 L	5 L	Total
Effectif					
Fréquence en %					

2) Les pots de volume supérieur ou égal à 2 L représentent-ils moins de 50 % du total ? Justifier la réponse.

Exercice 3 *Echelle*

Annecy et Grenoble sont distantes de 97 km.

1) Sur une carte à l'échelle de 1/1 000 000, quelle distance sépare Annecy de Grenoble ?

2) Chambéry est situé entre Annecy et Grenoble, à 40 km d'Annecy. A quelle distance cela correspond-il sur la carte ?

3) Aix-les-Bains est à 1,1 cm de Chambéry sur la carte. A quelle distance cela correspond-il en réalité ?

Exercice 4 *Problème de proportionnalité*

Une station de ski propose les 3 forfaits suivants :

1 jour (9h – 17h) : 30 €

1/2 journée type A (à partir de 12h) : 25,5 €

1/2 journée type B (à partir de 13h) : 22,5 €

Ce cas traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier.

Exercice 5 *Pourcentages et représentation graphique*

Un poissonnier est fier de ne vendre que des poissons pêchés par des chalutiers français.

Il s'approvisionne en Bretagne, en Méditerranée, en Mer du Nord et en Vendée.

Il achète en Bretagne deux fois plus de kilos de poissons qu'en Vendée et quatre fois plus qu'en Mer du Nord. Il achète en Méditerranée autant de kilos de poissons qu'en Mer du Nord.

1. Exprimer, en pourcentage, l'importance de ses commandes (prendre 1 pour Mer du Nord)
2. Construire un diagramme circulaire permettant de représenter la répartition des commandes de ce poissonnier à ses différents fournisseurs.
3. Sachant qu'il a acheté pour l'année dernière 45 tonnes de poissons à ses fournisseurs, déterminer pour chacun d'eux la quantité commandée.

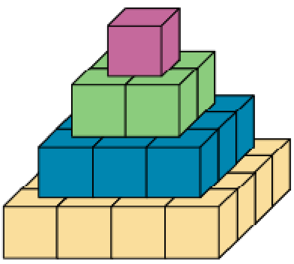
TABLEUR, GEOGEBRA, SCRATCH (3 exercices)

Exercice 1 *Tableur*

Léo a construit une pyramide de cubes comme ci-contre :

il y a une brique au niveau 1, 4 briques au niveau 2,

9 briques au niveau 3 ...



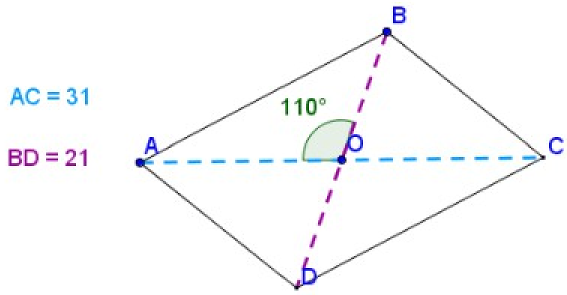
1) Combien de briques comporte le niveau 4 ? 5 ? 10 ?
2) Combien de briques a-t-il utilisé au total si sa pyramide comporte :

   2 niveau ? 3 niveaux ? 4 niveaux ?
3) Léo souhaite savoir combien de briques seraient nécessaires pour une pyramide de 20 niveaux. Comme il ne veut pas se fatiguer avec des calculs, il préfère utiliser un tableur.

   Aide-le dans sa démarche pour répondre à sa question.

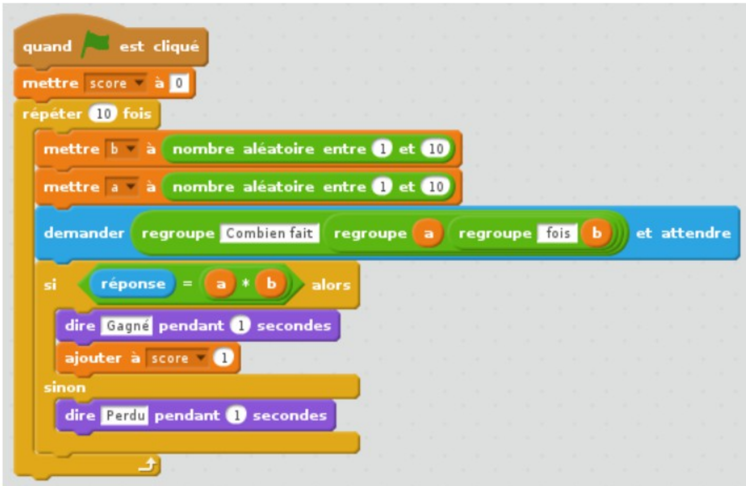
Exercice 2 *Geogebra*

Construire le parallélogramme suivant dans Geogebra :



Exercice 3 *Scratch*

1) Réaliser le programme ci-dessous dans Scratch. Que fait-il ?



2) Le modifier de telle façon à faire calculer la différence entre deux nombres relatifs compris entre -20 et 20.

CONSEILS PRATIQUES

Télécharger le document et l'imprimer (en couleur si cela est possible). On peut imprimer en taille réduite les corrections ou la totalité du document.

Les pages qui suivent sont les corrigés des exercices et doivent être conservées par les parents.

Les degrés de difficulté sont variables.

Les documents sont autorisés, ainsi que la calculatrice.

Certains exercices nécessitent l'usage d'un outil informatique.

Aucune limite de temps n'est imposée.

Ne pas s'obstiner si un exercice s'avère trop compliqué : revenir dessus plus tard.

Travailler dans un endroit calme et adapté.

CORRIGES

Exercice 1 *Priorités de calcul*

N'hésite pas à mettre des couleurs pour mieux visualiser :

La différence de 102 et du quotient de 81 par 3	102 – 81 : 3 = 102 – 27 = 75
La somme de 41 et du produit de 7 par le quart de 28	41 + 7 x (28 : 4) = 41 + 7 x 7 = 41 + 49 = 90
Le quotient du produit de 25 par 4 par le double du tiers de 15	$\frac{25 \times 4}{2 \times (15 \div 3)} = \frac{100}{10} = 10$
Le triple du produit du cinquième de 30 par la différence de 14 et 4	3 x (30 : 5) x (14 – 4) = 3 x 6 x 10 = 180

Exercice 2 *Problème avec enchaînements*

Les ingrédients sont :

- 4 œufs
- 1 plaquette de beurre de 300 g partagée en 6 parties égales dont on prend 5 parties
- la moitié d'un paquet de sucre de 500 g,
- le tiers d'un paquet de farine de 750 g.

1) Un œuf pèse en moyenne 60 g,
   A = 4 x 60 + 5 x 300 : 6 + 500 : 2 + 750 : 3

2) La masse de cette pâte est : 240 + 250 + 250 + 250 = 990 g soit 0,99 kg

3) Ce gâteau s'appelle un quatre-quart car on prend la même quantité des 4 ingrédients.
   - œufs : 4 x 60 = 240 g (proche de 250 g)
   - beurre : 5 x 300 : 6 = 250 g
   - sucre : 500 : 2 = 250 g
   - farine : 750 : 3 = 250 g

Exercice 3 *Relatifs et distances*

1) Age de Périclès à sa mort : – 429 – (– 495) = 66 ans

2) Année de la mort de Phidias : – 490 + 41 = – 449

3) Année de naissance d' Anaxagore : – 428 – 72 = – 500

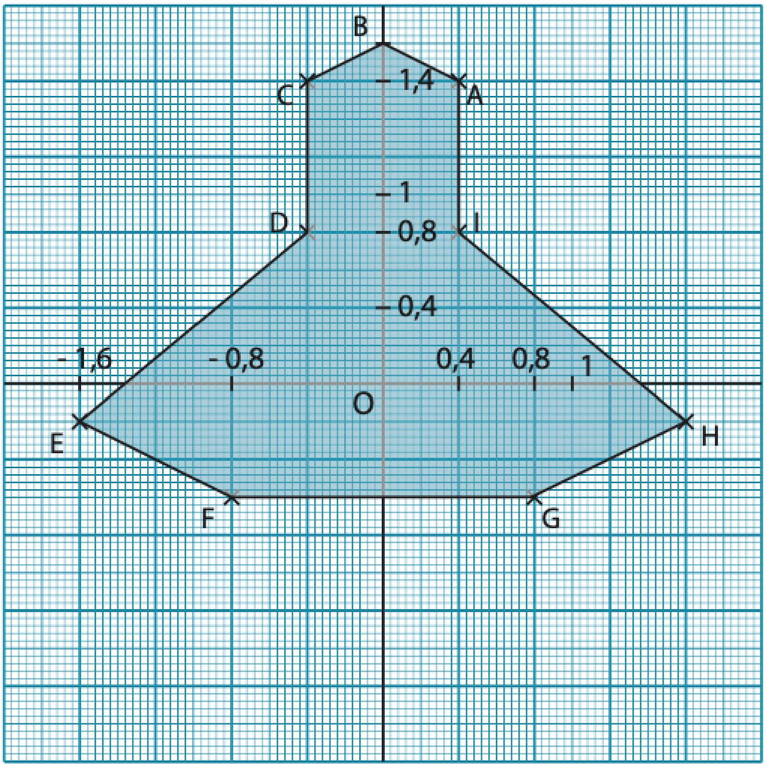
Exercice 4 *Calculs avec des relatifs*

0	14	– 10
3	– 6	– 12

Exercice 5 *Repérage dans le plan*

1)

Points	coordonnées
A	**(0,4 ; 1,6)**
B	**(0 ; 1,8)**
D	**(– 0,4 ; 0,8)**
F	**(– 0,8 ; – 0,6)**
H	**(1,6 ; – 0,2)**
C	(– 0,4 ; 1,6)
E	(– 1,6 ; – 0,2)
G	(0,8 ; – 0,6)
I	(0,4 ; 0,8)



2) L'axe des ordonnées semble être un axe de symétrie de la figure.

Exercice 6 *Fractions (additions et soustractions)*

$\frac{3}{7} + \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$ $\frac{15}{4} - \frac{10}{4} = \frac{5}{4}$ $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

Exercice 7 *Calcul littéral*

1) Pour y = 0 : E = 7 x 0 – 3 = – 3 .
   Pour y = 3 : E = 7 x 3 – 3 = 21 – 3 = 18 .
   Pour y = 1,2 : E = 7 x 1,2 – 3 = 8,4 – 3 = 5,4 .
2) Utilise des couleurs pour rassembler les termes de la même famille sans oublier le signe :
   A = x – 2 x + 7 x + 9 y + 3 x – 5 y = 9 x + 4 y
   B = – 5 + 2 x – 4 – 7 x = – 5 x – 9
3) A = 15 a   B = 24 ab   C = 2 a + 5 a = 7 a   D = 3 x – 4 y
4) Calculer astucieusement signifie utiliser la distributivité (pas de calculatrice) :
   a) 37 x 101 = 37 x (100 + 1) = 37 x 100 + 37 x 1 = 3 700 + 37 = 3 737
   b) 65 x 99 = 65 x (100 – 1) = 65 x 100 – 65 x 1 = 6 500 – 65 = 6 425
5) 8 (a + 3) = 8 x (a + 3) = 8 x a + 8 x 3 = 8 a + 24
   a) 8 a + 3   b) 8 a + 24   c) 8 a + 83
6) N'oublie pas de redévelopper ton expression factorisée pour vérifier :

$4\,(2x + 1)$ $\qquad$ $2\,(1 - 8u)$

$7\,(1 + 3y)$ $\qquad$ $x\,(x + 8)$

Exercice 8 *Arithmétique*

Décomposition en produit de facteurs premiers. Tu peux vérifier à la calculatrice avec *Decomp*.

24 = 2 x 12 = 2 x 2 x 6 = 2 x 2 x 2 x 3.

36 = 2 x 18 = 2 x 2 x 9 = 2 x 2 x 3 x 3.

64 = 2 x 32 = 2 x 2 x 16 = 2 x 2 x 2 x 8 = 2 x 2 x 2 x 2 x 4 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2

72 = 2 x 36 = 2 x 2 x 2 x 3 x 3. (on reprend la décomposition de 36)

100 = 2 x 50 = 2 x 2 x 25 = 2 x 2 x 5 x 5.

GEOMETRIE PLANE

Exercice 1 *Inégalité triangulaire*

On prend la plus grande longueur et on la compare à la somme des deux autres longueurs.

1er cas : elle est strictement supérieure alors le triangle n'est pas constructible
2nd cas : elle est égale alors le triangle aplati (les points sont alignés)
3eme cas : elle est strictement supérieure alors le triangle n'est pas constructible

a. AB = 9 cm, BC = 5 cm, AC = 1 cm.
b. AB = 6,5 cm, BC = 7 cm, AC = 5 cm.
c. AB = 3,7 cm, BC = 2,3 cm, AC = 6 cm.

a) la plus grande longueur est AB. BC + AC = 5 + 1 = 6 et 6 < 9 donc ABC n'est pas constructible.

b) la plus grande longueur est BC. AB + AC = 6,5 + 5 = 11,5 et 11,5 > 7 donc ABC est constructible.

- Trace le segment [BC] (par ex.)

- Avec le compas, trace un arc de cercle de centre B et de rayon 6,5 cm puis un arc de cercle de centre C et de rayon 5 cm.

- Les deux arcs se coupent en A.

- Trace les segments [AB] et [AC].

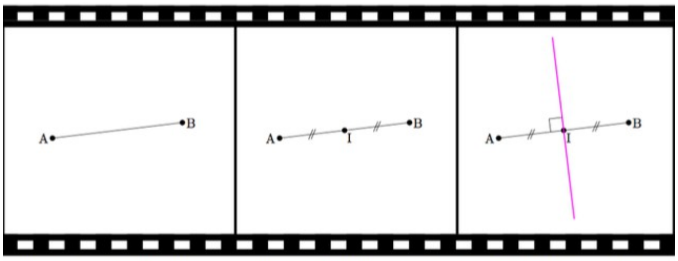
c) la plus grande longueur est AC. AB + BC = 3,7 + 2,3 = 6 donc les points A, B et C sont alignés.

Le point B appartient au segment [AC].

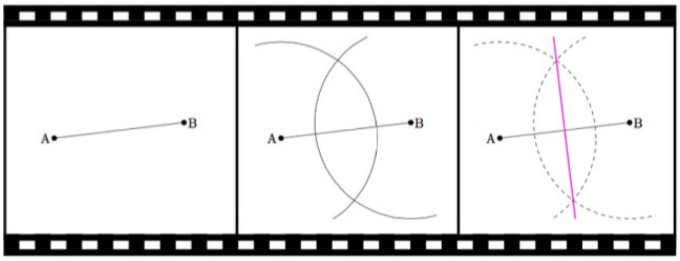
Exercice 2 *Le trésor*

« Le trésor est enterré à la même distance de la tour T, de l'arbre A et du puits P ».
Il faut donc tracer les 3 médiatrices des côtés du triangle APT.
Leur intersection (centre du cercle circonscrit au triangle) constitue l'emplacement du trésor.

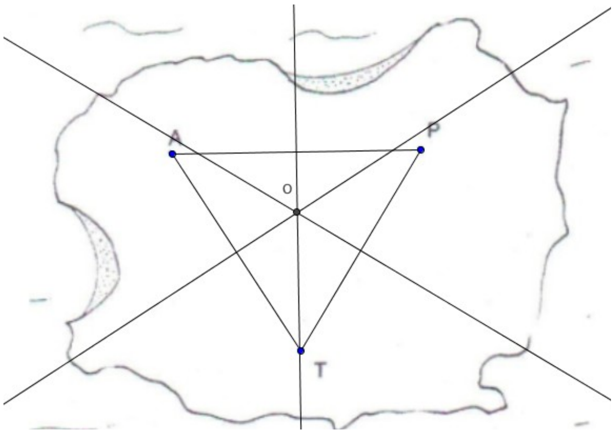
On rappelle que tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment.
Rappels sur les méthodes de construction (règle graduée + équerre ou règle + compas) :



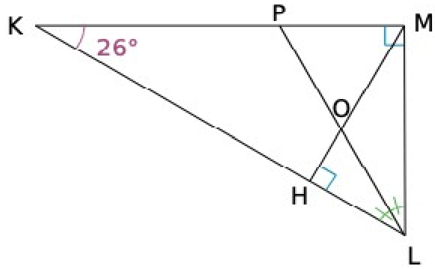
Pour tracer la médiatrice du segment [AB] : ① on place le point I milieu du segment [AB] ② on trace la perpendiculaire à (AB) passant par I



Pour tracer la médiatrice du segment [AB] : ① on trace deux cercles de centres A et B de même rayon, assez grand ② on trace la droite qui joint les points d'intersection de ces deux cercles



Exercice 3 *Angles et triangles*



On rappelle que la bissectrice d'un angle coupe celui-ci en deux angles adjacents de même mesure (cela est visible grâce aux codages).

Etape 1 : dans le triangle KLM
Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires $\widehat{KLM} = 90 - 26 = 64°$

Etape 2 : dans le triangle HOL
$\widehat{HLO} = 64 \div 2 = 32°$ et donc $\widehat{HOL} = 90 - 32 = 58°$

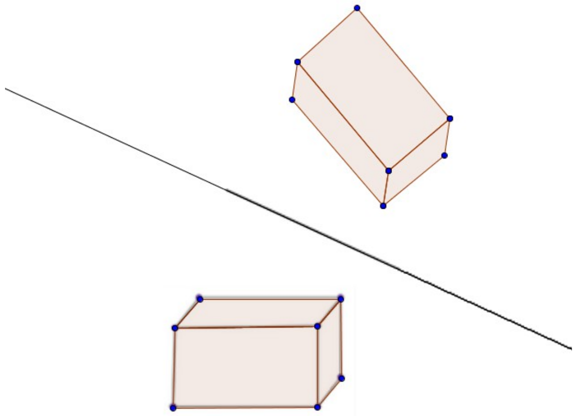
Etape 3 : dans le triangle PLM
$\widehat{MPL} = 90 - 32 = 58°$ et donc $\widehat{MPO} = \widehat{MPL} = 58°$

Etape 4 : dans le triangle POM
Les angles opposés par le sommet sont de même mesure : $\widehat{POM} = \widehat{HOL} = 58°$

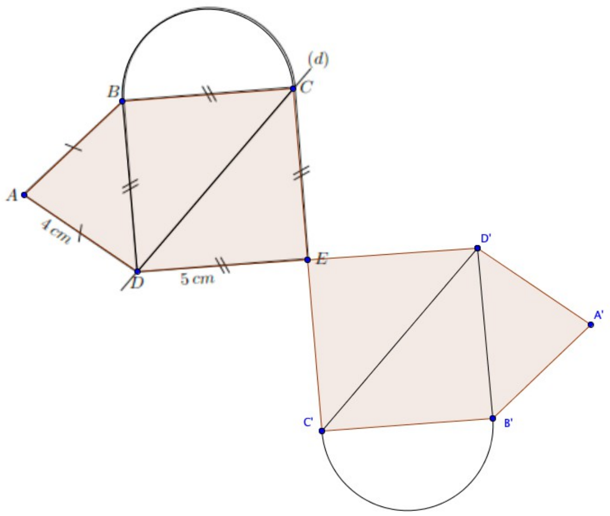
On a finalement $\widehat{MPO} = \widehat{POM}$ donc le triangle POM est isocèle en M.

Exercice 4 *Symétries*

1) Symétrique d'une figure par rapport à une droite

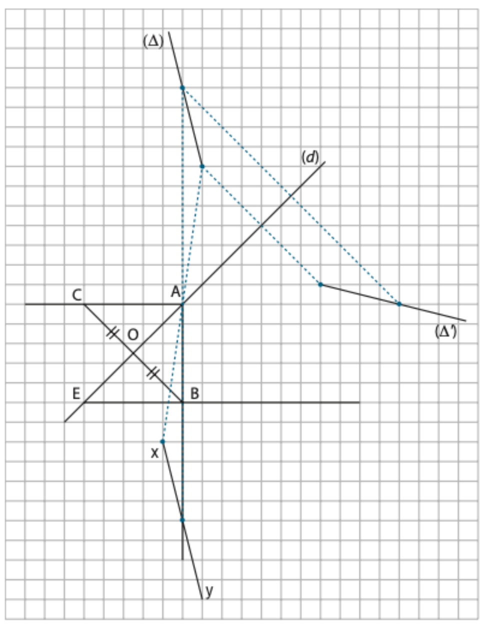


2) Symétrique d'une figure par rapport à un point



3) Voici le tableau complété :

	sont symétriques par rapport	à la droite (d)	au point O	au point A
(Δ) et (Δ')		X		
(AB) et (AC)		X		
(Δ) et (xy)				X
[AB] et [AC]		X		
[AC] et [EB]			X	



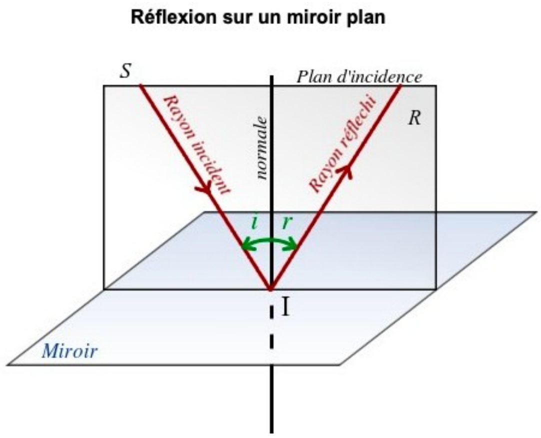
Exercice 5 *Angles et parallélisme*

1) <u>Loi de réflexion de la lumière (1ère loi de Descartes)</u>

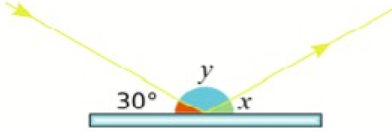
Source :

https://media4.obspm.fr/public/ressources_lu/pages_lois-snell-descartes/lsd-rfx-enonce.html

Le rayon incident et le rayon réfléchi forment le même angle avec la perpendiculaire



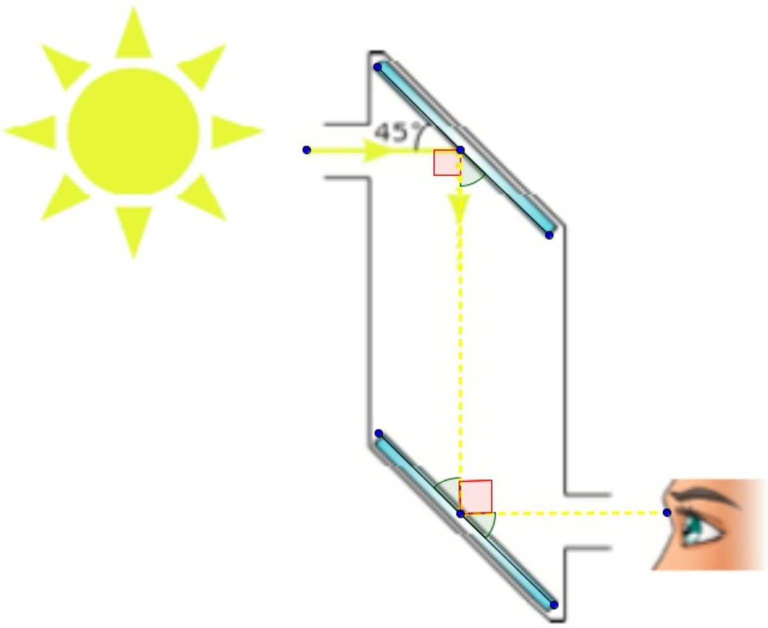
2) Le schéma ci-contre illustre un rayon de lumière qui se réfléchit sur un miroir avec un angle de 30°.



D'après la loi de réflexion de la lumière, x = 30° .

Comme le miroir est plat : $y = 180 - 2 \times 30 = 180 - 60 = 120°$

3) a) Si un rayon entre horizontalement dans le périscope, il en sortira aussi horizontalement.



D'après la loi de réflexion de la lumière, le rayon incident et le rayon réfléchi forment le même angle avec le miroir.

Comme les 2 miroirs sont parallèles les angles-alternes-internes sont de même mesure.

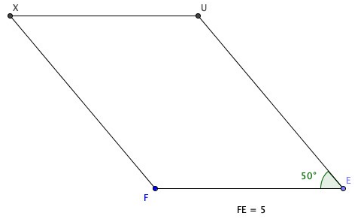
On applique ensuite à nouveau la loi de réflexion de la lumière.

Les angles verts sont donc tous de même mesure.

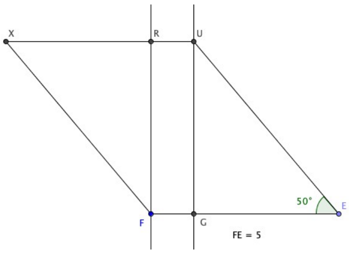
b) Ce résultat ne dépend pas de l'inclinaison des miroirs parallèles. On obtient le même résultat si l'angle formé par le rayon et le miroir est différent de 45°.

Exercice 6 *Parallélogrammes*

1) Construire le parallélogramme FEUX tel que : FE = 5 cm, EU = 6 cm et $\widehat{FEU} = 50°$



2) Tracer la perpendiculaire à (FE) passant par F, elle coupe (UX) en R. Trace la perpendiculaire à (UX) passant par U, elle coupe (FE) en G.



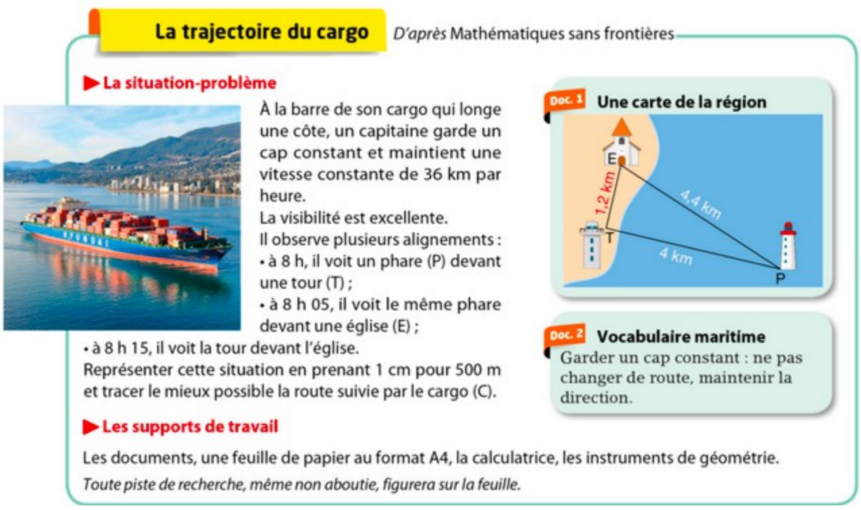
3) Le quadrilatère FRUG est un rectangle.

(FR) est perpendiculaire à (FE) d'après la construction donnée par l'énoncé
Comme FEUX est un parallélogramme (FE) // (UX)
On en déduit que (FR) est perpendiculaire à (UX)
rappel : si deux droites sont parallèles,
alors tout perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

De la même façon, on montre que (UG) est perpendiculaire à (UX) et (FE)

Bilan : FRUG est un quadrilatère tel que (FR) est perpendiculaire à (UR) et à (FG)
et (UG) est perpendiculaire à (UR) et à (FG)
C'est donc un rectangle.

Exercice 7 *Problème de la trajectoire du cargo*


La trajectoire du cargo *D'après* Mathématiques sans frontières

La situation-problème

À la barre de son cargo qui longe une côte, un capitaine garde un cap constant et maintient une vitesse constante de 36 km par heure.
La visibilité est excellente.
Il observe plusieurs alignements :
• à 8 h, il voit un phare (P) devant une tour (T) ;
• à 8 h 05, il voit le même phare devant une église (E) ;
• à 8 h 15, il voit la tour devant l'église.
Représenter cette situation en prenant 1 cm pour 500 m et tracer le mieux possible la route suivie par le cargo (C).

Doc. 1 Une carte de la région

Doc. 2 Vocabulaire maritime
Garder un cap constant : ne pas changer de route, maintenir la direction.

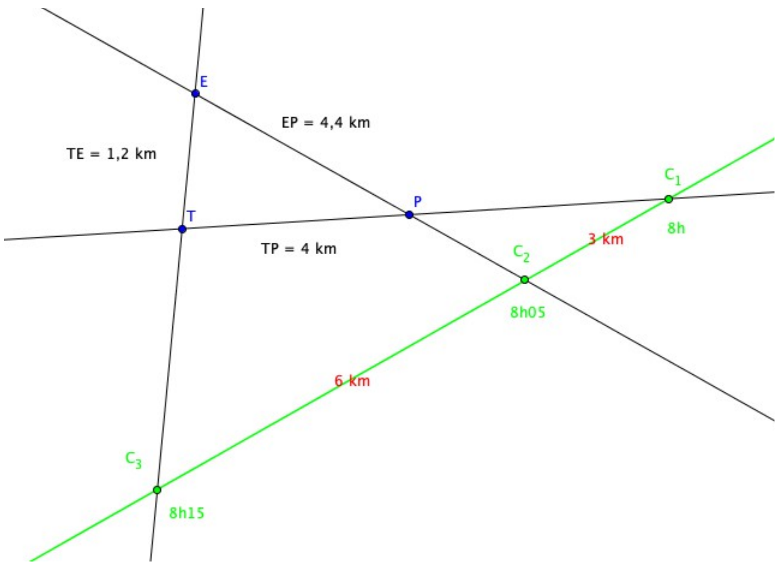
Les supports de travail

Les documents, une feuille de papier au format A4, la calculatrice, les instruments de géométrie.
Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

On appelle C_1, C_2 et C_3 les 3 positions du cargo. Ces points sont alignés car il garde un cap constant.

Voici une représentation de la situation à l'aide de Geogebra (on peut aussi faire un schéma à main levée sur une feuille blanche)
On y place les données de l'énoncé.

On peut calculer les distances C_1C_2 et C_2C_3 grâce à un calcul de proportionnalité :
le cargo parcourt 36 km en une heure.
En 5 minutes, il parcourt 12 fois moins de distance, soit 36 : 12 = 3 km.
En 10 minutes, il parcourt 6 fois moins de distance, soit 36 : 6 = 6 km.



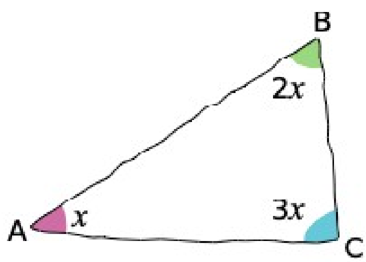
Représentation graphique : 1 cm représente 500 m ou 0,5 km.

On commence par tracer un triangle TPE tel que :
EP = 4,4 x 2 = 8,8 cm ; TP = 4 x 2 = 8 cm et ET = 1,2 x 2 = 2,4 cm.

Pour déterminer la position des points C_1, C_2 et C_3, on peut, par exemple, prendre une bande de papier sur laquelle on aura indiqué ces 3 points alignés avec C_1C_2 = 3 x 2 = 6 cm et C_2C_3 = 6 x 2 = 12 cm puis la positionner sur la figure et chercher quelle configuration permet d'avoir :
$C_1 \in (TP)$, $C_2 \in (EP)$ et $C_3 \in (ET)$.

Exercice 8 *Enigme dans un triangle*

Laura affirme que le triangle ci-contre est un triangle rectangle.



Cet exercice mélange le calcul littéral (réduction) et le chapitre sur les angles des triangles.

La somme des angles d'un triangle est égale à 180 °

Ici, on a donc : x + 2x + 3x = 6x et 6x = 180°

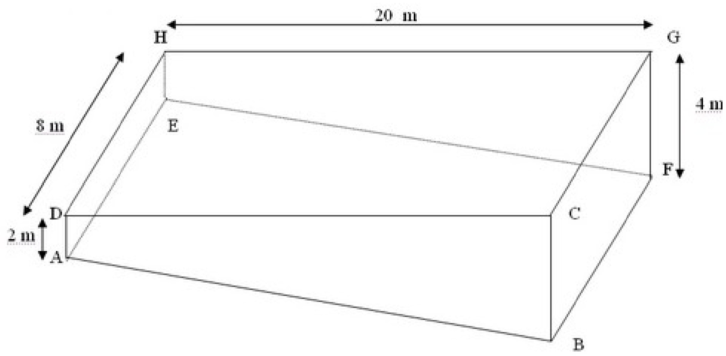
On en déduit que x = 180 : 6 = 30° et ensuite 2 x = 60 puis 3x = 90°.

Conclusion : Laura a raison.

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Exercice 1 *La piscine*

On considère la piscine ayant la forme d'un prisme droit ci-contre.



1) Les bases sont ABCD et EFGH.
   Ce sont des trapèzes.

   A l'échelle 1/100, 1 m est représenté par 1/100 m, soit 1 cm sur le dessin.

   Pour calculer l'aire, on ajoute l'aire d'un rectangle et l'aire d'un triangle rectangle.

   Aire du rectangle : 2 x 20 = 40 m^2 Aire du triangle rectangle : 20 x 2 : 2 = 20 m^2
   Aire totale = 40 + 20 = 60 m^2

2) Les 4 faces latérales sont des rectangles : ADHE, DCGH, BCGF et ABFE.

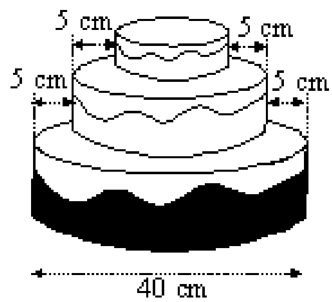
3) La hauteur du prisme est AE, soit 8 m.

4) Le volume du prisme est : aire de la base x hauteur = 60 x 8 = 480 m^3

5) On remplit la piscine d'eau au 4/5. Le volume de liquide en m^3 est : $\frac{4}{5} \times 480 = 384$

   On sait que 1 m^3 = 1 000 L donc 384 m^3 = 384 000 L.

Exercice 2 *La pièce montée*



On doit donc calculer (en cm^3) les volumes de 3 cylindres.
La formule du volume d'un cylindre de rayon r est : $\pi \times r^2 \times h$

Chaque couche a une hauteur de 6 cm.

Cylindre de base : d = 40 cm donc r = 40 : 2 = 20 cm

$V_1 = \pi \times 20^2 \times 6 = 2\,400\pi \approx 7\,540$ cm^3

Cylindre central : d = 30 cm donc r = 30 : 2 = 15 cm

$V_2 = \pi \times 15^2 \times 6 = 1\,350\pi \approx 4\,241$ cm^3

Cylindre supérieur : d = 20 cm donc r = 20 : 2 = 10 cm

$V_3 = \pi \times 10^2 \times 6 = 600\pi \approx 1\,885$ cm^3

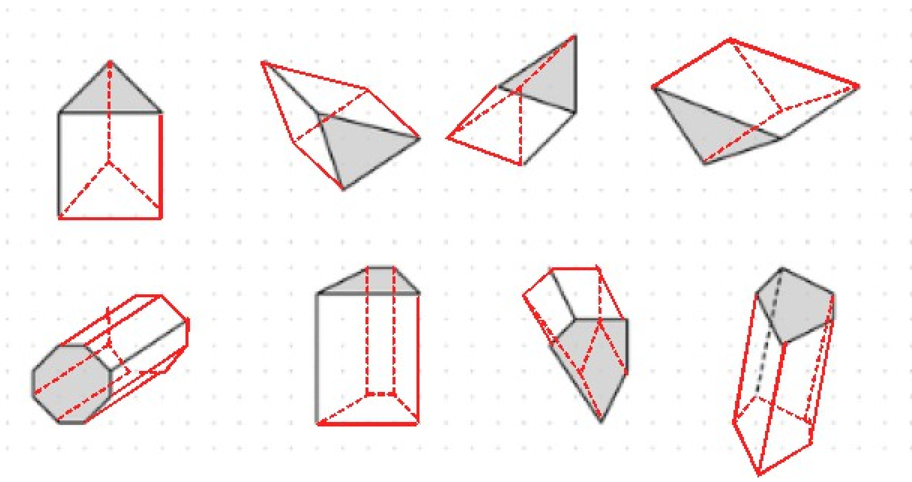
Le volume total de la pièce montée est 4 350 π soit environ 13 666 cm^3

Remarque : On voit ici que l'on utilise la même formule 3 fois de suite : il serait donc judicieux d'utiliser sa calculatrice en saisissant d'abord l'expression numérique $\pi \times r^2 \times h$

Ensuite, avec la touche CALC (sur la Casio) ou f(x) (sur la TI), effectuer le calcul pour différentes valeurs du rayon.

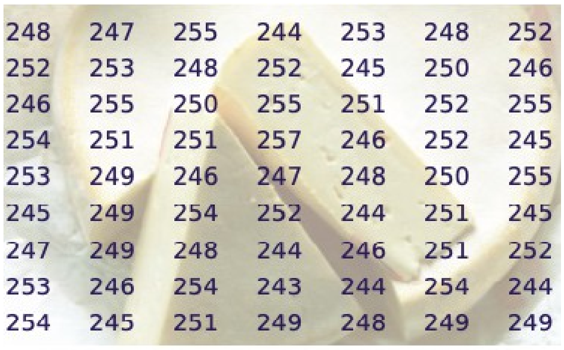
Exercice 3 *Représentations de prismes en perspective cavalière*

On compte le nombre de sommets.
On doit donc reproduire la hauteur autant de fois qu'on a de sommets et tous les segments doivent être parallèles et de même longueur.
On joint ensuite les sommets de la base.
Il ne reste ensuite plus qu'à mettre en pointillés les arêtes invisibles.



GRANDEURS ET MESURES

Exercice 1 *représentation en classes*



248	247	255	244	253	248	252
252	253	248	252	245	250	246
246	255	250	255	251	252	255
254	251	251	257	246	252	245
253	249	246	247	248	250	255
245	249	254	252	244	251	245
247	249	248	244	246	251	252
253	246	254	243	244	254	244
254	245	251	249	248	249	249

1) A l'aide d'un tableau à trois classes, indiquer combien de fromages ce fabricant peut vendre au marché, au supermarché et aux fromagers.

masse (g)	243 <= … <= 247	248 <= … <= 252	< 252	total
nombre	18	30	15	63

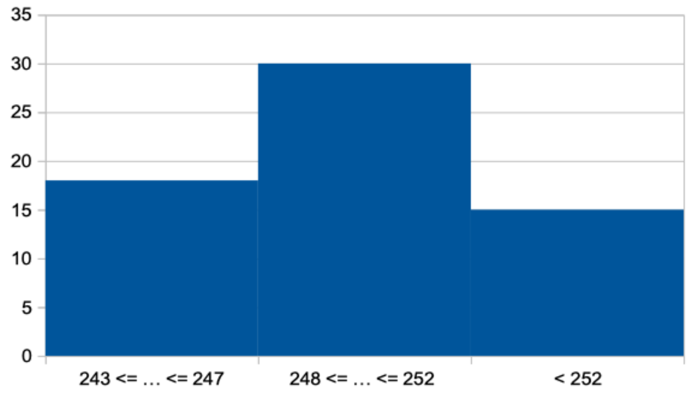
Le fromager peut donc vendre 18 fromages au marché, 30 au supermarché et 15 à des fromagers indépendants.

2) Quel bénéfice récupère-t-il de la vente de l'intégralité de ses fromages ?

masse (g)	243 <= … <= 247	248 <= … <= 252	< 252	total
nombre	18	30	15	63
bénéfice/fromage	1,50	0,90	1,20	
bénéfice total	27	27	18	72

Il récupère donc 72 € de la vente de tous ses fromages.

3) Faire un histogramme représentant la répartition des reblochons



Exercice 2 *Fréquence*

Le chef du rayon peinture d'un magasin de bricolage a fait un inventaire de ses pots de peinture blanche pour boiseries et a constaté qu'il lui restait 221 pots de 0,5 L, 272 pots de 1 L, 170 pots de 2 L et 187 pots de 5 L.

1) Récapituler ces informations dans le tableau ci-dessous et compléter la ligne « fréquence en % ».

Contenance	0,5 L	1 L	2 L	5 L	Total
Effectif	221	272	170	187	850
Fréquence en %	26	32	20	22	100

2) Les pots de volume supérieur ou égal à 2 L représentent-ils moins de 50 % du total ?

On additionne les pots de 2 L et 5 L : 20 + 22 = 42 % donc la phrase est vraie.

Exercice 3 *Echelle*

Annecy et Grenoble sont distantes de 97 km.

1) Sur une carte à l'échelle de 1/1 000 000, quelle distance sépare Annecy de Grenoble ?

La réalité est 1 000 000 fois plus grande que la carte, 97 : 1 000 000 = 0, 000 097 km c'est-à-dire 9,7 cm

2) Chambéry est situé entre Annecy et Grenoble, à 40 km d'Annecy. A quelle distance cela correspond-il sur la carte ?

On fait le calcul suivant : 45 : 1 000 000 = 0, 000 045 km , cela correspond à 4,5 cm

3) Aix-les-Bains est à 1,1 cm de Chambéry sur la carte. A quelle distance cela correspond-il en réalité ?

On fait le calcul suivant : 1,1 x 1 000 000 = 1 100 000 cm , cela correspond à 11 km

Exercice 4 *Problème de proportionnalité*

Une station de ski propose les 3 forfaits suivants :

- 1 jour (9h – 17h) : 30 €
- ½ journée type A (à partir de 12h) : 25,5 €
- ½ journée type B (à partir de 13h) : 22,5 €

On cherche le coût pour 1 heure dans chaque situation (par exemple) :

30 : 8 = 3, 75 € pour le forfait journée

25,5 : 5 = 5,10 € pour le forfait ½ journée type A

Il est inutile de poursuivre : le prix des forfaits n'est pas proportionnel à la durée.

Exercice 5 *Pourcentages et représentation graphique*

Un poissonnier est fier de ne vendre que des poissons pêchés par des chalutiers français.

Il s'approvisionne en Bretagne, en Méditerranée, en Mer du Nord et en Vendée.

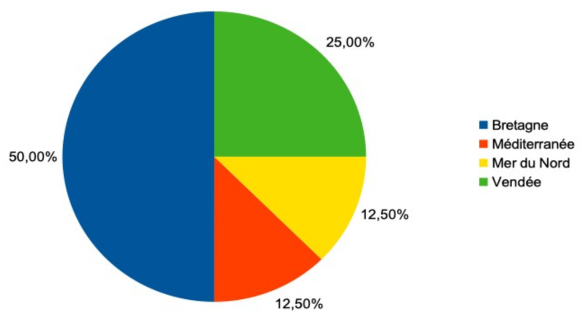
Il achète en Bretagne deux fois plus de kilos de poissons qu'en Vendée et quatre fois plus qu'en Mer du Nord. Il achète en Méditerranée autant de kilos de poissons qu'en Mer du Nord.

1. L'importance de ses commandes, exprimée en pourcentage est représentée ci-dessous.

   On utilise un tableau pour représenter le nombre de parts de chaque lieu de pêche.

Bretagne	Méditerranée	Mer du Nord	Vendée	TOTAL
4	1	1	2	8
0,5	0,125	0,125	0,25	1
50,00%	12,50%	12,50%	25,00%	100,00%

2. Le diagramme circulaire permettant de représenter la répartition des commandes de ce poissonnier à ses différents fournisseurs est :



Ce diagramme pourrait tout à fait être réalisé à la main avec les outils de géométrie.

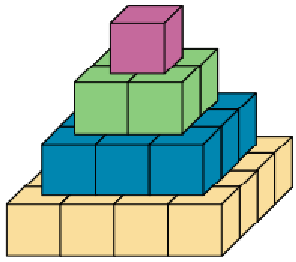
3. Sachant qu'il a acheté pour l'année dernière 45 tonnes de poissons à ses fournisseurs, déterminer pour chacun d'eux la quantité commandée.

   Les 8 parts de pêche représentent 45 t, donc chaque part correspond à 45 : 8 = 5,625 t

Bretagne	Méditerranée	Mer du Nord	Vendée	TOTAL
4	1	1	2	8
0,5	0,125	0,125	0,25	1
50,00%	12,50%	12,50%	25,00%	100,00%
22,5	5,625	5,625	11,25	45

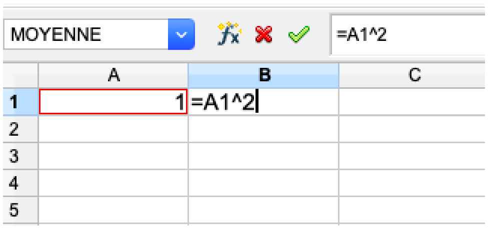
TABLEUR, GEOGEBRA, SCRATCH

Exercice 1 *Tableur*



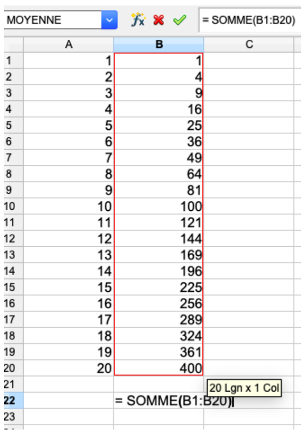
Léo a construit une pyramide de cubes comme ci-contre :
il y a une brique au niveau 1, 4 briques au niveau 2,
9 briques au niveau 3 ...

1) On peut remarquer que chaque étage de briques forme un carré
   - nombre de briques du niveau 4 : 4 x 4 = 16
   - nombre de briques du niveau 5 : 5 x 5 = 25
   - nombre de briques du niveau 10 : 10 x 10 = 100
2) Le nombre de briques utilisées au total si sa pyramide comporte :
   2 niveaux : 1 + 4 = 5 3 niveaux : 5 + 9 = 14 4 niveaux : 14 + 16 = 30
3) Pour une pyramide de 20 niveaux, on doit calculer les carrés de tous les nombres compris entre 1 et 20. Il faudrait donc un total de 2 870 cubes !



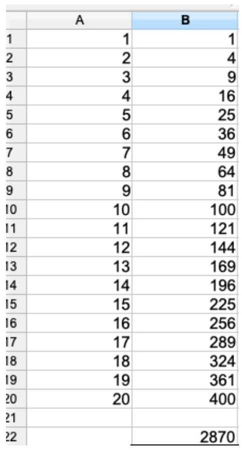
MOYENNE =A1^2

	A	B	C
1	1	=A1^2	
2			
3			
4			
5			



MOYENNE = SOMME(B1:B20)

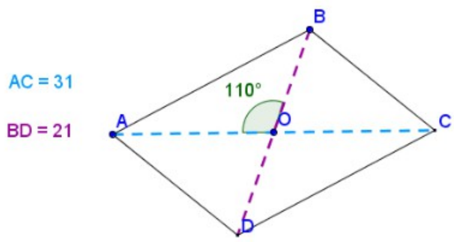
	A	B	C
1	1	1	
2	2	4	
3	3	9	
4	4	16	
5	5	25	
6	6	36	
7	7	49	
8	8	64	
9	9	81	
10	10	100	
11	11	121	
12	12	144	
13	13	169	
14	14	196	
15	15	225	
16	16	256	
17	17	289	
18	18	324	
19	19	361	
20	20	400	
21			20 Lgn x 1 Col
22		= SOMME(B1:B20)	
23			



	A	B
1	1	1
2	2	4
3	3	9
4	4	16
5	5	25
6	6	36
7	7	49
8	8	64
9	9	81
10	10	100
11	11	121
12	12	144
13	13	169
14	14	196
15	15	225
16	16	256
17	17	289
18	18	324
19	19	361
20	20	400
21		
22		2870

Exercice 2 *Geogebra*

Protocole de construction :



- Tracer un segment [AC] de longueur 31
- Placer le point O milieu de [AC]
- Tracer un angle $\widehat{AOB} = 110\,°$ (sens horaire)
- Placer le point B tel que OB = 10,5
- Placer le point D symétrique de B par rapport à O (O est le milieu de [BD])
- Tracer le parallélogramme ABCD en joignant les points (segments)
- Mettre en pointillés les diagonales et coder éventuellement la figure.

Exercice 3 *Scratch*

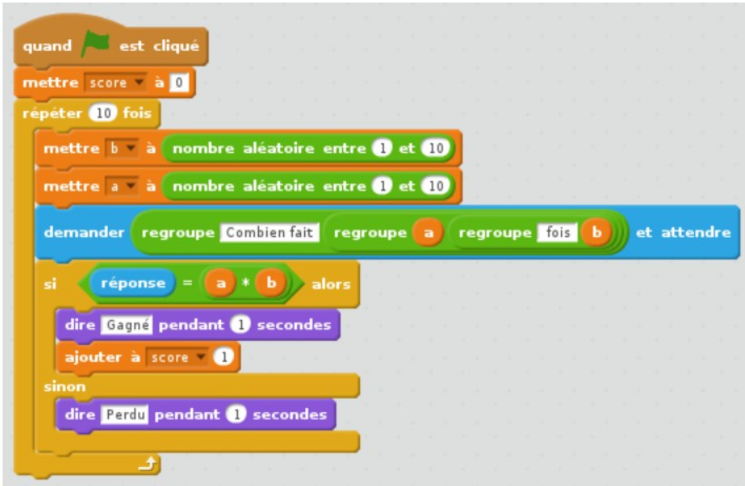
1) Le programme calcule le produit de 2 nombres aléatoires (choisis au hasard) entre 1 et 10.

   L'utilisateur doit répondre 10 fois à la question posée :

   « Combien fait … fois … »

   S'il a trouvé la bonne réponse, le mot « Gagné » apparaît et le score est augmenté de 1, sinon c'est le mot « Perdu »

   Ce programme constitue un bon entraînement pour réviser ses tables...



2) Pour calculer la différence entre deux nombres relatifs compris entre -20 et 20, les modifications à apporter au programme sont les suivantes :

   a) sur les 4^e et 5^e lignes, remplacer 1 par -20 et 10 par 20

   b) remplacer le mot « fois » par « moins » sur la 6^e ligne

   c) modifier la multiplication « * » en soustraction « – » sur la 7^e ligne

   Ce programme constitue un bon entraînement pour réviser la soustraction de 2 nombres relatifs ...

Tu peux essayer de créer toi-même tes propres programmes pour travailler sur des calculs de ton choix et faire du calcul mental, par exemple.